WIKIPEDIA

Hexadezimalsystem

Im **Hexadezimalsystem** werden Zahlen in einem Stellenwertsystem zur Basis 16 dargestellt. „Hexadezimal“ (von griech. *hexa* „sechs“ und lat. *decem* „zehn“) ist ein lateinisch-griechisches Mischwort; eine andere korrekte, jedoch seltener verwendete Bezeichnung ist **sedezimal** (von lat. *sedecim* „sechzehn“). Eine weitere alternative Bezeichnung ist **hexadekadisch** (griechisch). Falsch hingegen ist der Ausdruck hexa*ges*imal, der synonym zu sexa*ges*imal ist und das Zahlensystem zur Basis 60 bezeichnet.

Hexadezimalziffern, binär und dezimal:

Hex.	Dualsystem				Dez.
0	0	0	0	0	**00**
1	0	0	0	1	**01**
2	0	0	1	0	**02**
3	0	0	1	1	**03**
4	0	1	0	0	**04**
5	0	1	0	1	**05**
6	0	1	1	0	**06**
7	0	1	1	1	**07**
8	1	0	0	0	**08**
9	1	0	0	1	**09**
A	1	0	1	0	**10**
B	1	0	1	1	**11**
C	1	1	0	0	**12**
D	1	1	0	1	**13**
E	1	1	1	0	**14**
F	1	1	1	1	**15**

In der Datenverarbeitung wird das Hexadezimalsystem sehr oft verwendet, da es sich hierbei letztlich um eine komfortablere Verwaltung des Binärsystems handelt. Die Datenwörter bestehen in der Informatik meist aus Oktetten, die statt als achtstellige Binärzahlen auch als nur zweistellige Hexadezimalzahlen dargestellt werden können. Im Gegensatz zum Dezimalsystem eignet sich das Hexadezimalsystem mit seiner Basis als vierte Zweierpotenz ($16 = 2^4$) zur einfacheren Notation der Binärzahlen, da stets eine feste Anzahl Zeichen zur Wiedergabe des Datenwortes benötigt wird. Nibbles können exakt mit einer hexadezimalen Ziffer und Bytes mit zwei hexadezimalen Ziffern dargestellt werden.

In den 1960er und 1970er Jahren wurde in der Informatik häufig auch das Oktalsystem mit seiner Basis als *dritte* Zweierpotenz ($8 = 2^3$) verwendet, da es mit den üblichen Ziffern von 0 bis 7 auskommt. Es findet aber heute seltener Anwendung, beispielsweise zur Darstellung von Zeichen in der Programmiersprache C. Auch gibt es noch weitere Zahlensysteme mit verschiedenen Basiswerten.[1]

Wir sind es gewohnt, im Dezimalsystem zu rechnen. Das bedeutet, unser indo-arabisches Zahlensystem verwendet zehn Symbole zur Notation der Ziffern (**0** bis **9**). Das Hexadezimalsystem enthält dagegen sechzehn Ziffern. Seit Mitte der 1950er Jahre werden zur Darstellung der sechs zusätzlichen Ziffern die Buchstaben **A** bis **F** oder **a** bis **f** als Zahlzeichen verwendet. Dies geht auf die damalige Praxis der IBM-Informatiker zurück.

Inhaltsverzeichnis

Darstellung von Hexadezimalzahlen

Um hexadezimale von dezimalen Zahlen unterscheiden zu können, existieren mehrere Schreibweisen. Üblicherweise werden hexadezimale Zahlen mit einem Index oder Präfix versehen.

Verbreitete Schreibweisen sind: 72_{16}, 72_{hex}, 72h, 72H, 72_{H}, 0x72, $72, "72 und X'72' wobei das Präfix *0x* und das Suffix *h* insbesondere in der Programmierung und technischen Informatik Verwendung finden. Das Anhängen eines *h* an die Hex-Zahl ist auch als Intel-Konvention geläufig. Die Schreibweise mit dem Dollar-Präfix ist in den Assemblersprachen bestimmter Prozessorfamilien üblich, insbesondere bei Motorola, zum Beispiel beim Motorola 68xx und 68xxx, aber auch beim MOS 65xx; die Schreibweise X'72' ist in der Welt der IBM-Großrechner üblich, wie in REXX.

Der Übersicht dienende Trennpunkte können bei Hexadezimalzahlen alle vier Stellen gesetzt werden, trennen also Gruppen von jeweils sechzehn Bit. Die Bedeutung der 1.0000_{16} = 65.536_{10} unter den hexadezimalen Zahlen entspricht also jener der 1.000_{10} unter den dezimalen Zahlen.

Zum Vergleich ein voller Vierundsechzig-Bit-Bus mit und ohne Trennpunkte: FFFF.FFFF.FFFF.FFFF und FFFFFFFFFFFFFFFF

Dezimale Zahlen werden, wo sie nicht der zu erwartende Normalfall sind, indiziert: 114_{10}

Zählen im Hexadezimalsystem

Gezählt wird wie folgt:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E	1F
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	2A	2B	2C	2D	2E	2F
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	FA	FB	FC	FD	FE	FF
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	10A	10B	10C	10D	10E	10F
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
FF0	FF1	FF2	FF3	FF4	FF5	FF6	FF7	FF8	FF9	FFA	FFB	FFC	FFD	FFE	FFF
1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	100A	100B	100C	100D	100E	100F
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
FFF0	FFF1	FFF2	FFF3	FFF4	FFF5	FFF6	FFF7	FFF8	FFF9	FFFA	FFFB	FFFC	FFFD	FFFE	FFFF
10000	10001	10002	10003	10004	10005	10006	10007	10008	10009	1000A	1000B	1000C	1000D	1000E	1000F
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

15 hexadezimal entspricht z. B. 21 dezimal ($1*16^1+5*16^0$) und
F5 hexadezimal entspricht z. B. 245 dezimal ($F(15)*16^1+5*16^0$)

Aussprache der Hexadezimalzahlen

Für die hexadezimalen Ziffern und Zahlen sind keine eigenständigen Namen gebräuchlich. Hexadezimalzahlen werden daher meist Ziffer für Ziffer gelesen.

Beispiele:

- 10 sprich: „eins-null“ (selten: „zehn“),
- 1E sprich: „eins-E“,
- F112 sprich: „F-eins-eins-zwei“.

Kleines Einmaleins im Hexadezimalsystem

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10[Ausklappen]

Hexadezimalbrüche

Da das Hexadezimalsystem ein Stellenwertsystem ist, haben die Stellen nach dem Komma (das auch hier manchmal als Beistrich, manchmal als Punkt geschrieben wird) den Stellenwert $\frac{1}{B^n}$, wobei B die dezimale Basis 16 und n die Position der jeweiligen Nachkommastelle ist. Die erste Nachkommastelle (n=1) hat damit den Stellenwert $\frac{1}{16^1} = \frac{1}{16}$, die zweite Nachkommastelle (n=2) hat den Stellenwert $\frac{1}{16^2} = \frac{1}{256}$, die dritte Nachkommastelle (n=3) hat den Wert $\frac{1}{16^3} = \frac{1}{4096}$ und so weiter.

Da die Zahl 16 nur über den einzigen Primfaktor 2 verfügt, ergibt sich bei allen gekürzten Brüchen, deren Nenner keine Zweierpotenz ist, eine periodische Kommadarstellung im Hexadezimalsystem:

$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{5} = 0{,}\overline{3}_{16}$	$\frac{1}{9} = 0{,}\overline{1C7}_{16}$	$\frac{1}{D_{16}} = 0{,}\overline{13B}_{16}$
$\frac{1}{2} = 0{,}8_{16}$	$\frac{1}{6} = 0{,}2\overline{A}_{16}$	$\frac{1}{A_{16}} = 0{,}1\overline{9}_{16}$	$\frac{1}{E_{16}} = 0{,}1\overline{249}_{16}$
$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{5}_{16}$	$\frac{1}{7} = 0{,}\overline{249}_{16}$	$\frac{1}{B_{16}} = 0{,}\overline{1745D}_{16}$	$\frac{1}{F_{16}} = 0{,}\overline{1}_{16}$
$\frac{1}{4} = 0{,}4_{16}$	$\frac{1}{8} = 0{,}2_{16}$	$\frac{1}{C_{16}} = 0{,}1\overline{5}_{16}$	$\frac{1}{10_{16}} = 0{,}1_{16}$

Negative Zahlen

Negative Zahlen lassen sich ebenfalls darstellen. Dazu wird in den meisten Fällen die Zweierkomplement-Darstellung verwendet. Durch ihre Auslegung braucht an den Mechanismen für Rechnungen in den Grundrechenarten keine Änderung vorgenommen zu werden.

Anwendung

Informatik

Das Hexadezimalsystem eignet sich sehr gut, um Folgen von Bits (verwendet in der Digitaltechnik) darzustellen. Vier Stellen einer Bitfolge (ein Nibble, auch Tetrade genannt) werden wie eine Dualzahl interpretiert und entsprechen so einer Ziffer des Hexadezimalsystems, da 16 die vierte Potenz von 2 ist. Die Hexadezimaldarstellung der Bitfolgen ist leichter zu lesen und schneller zu schreiben:

```
                                Binär      Hexadezimal           Dezimal
                                 1111  =             F  =             15
                               1.1111  =            1F  =             31
                       11.0111.1100.0101  =        37C5  =         14.277
                     1010.1100.1101.1100  =        ACDC  =         44.252
                   1.0000.0000.0000.0000  =      1.0000  =         65.536
1010.1111.1111.1110.0000.1000.0001.0101  =     AFFE.0815  =  2.952.661.013
```

Der Punkt dient bei dieser Darstellung lediglich der Zifferngruppierung.

Software stellt daher Maschinensprache oft auf diese Weise dar.

Mathematik

Seit die Bailey-Borwein-Plouffe-Formel zur Berechnung von π im Jahr 1995 entwickelt wurde, ist das Hexadezimalsystem auch jenseits der Informatik von Bedeutung. Diese Summenformel kann jede beliebige Hexadezimalstelle von π berechnen, ohne die vorhergehenden Stellen dafür zu benötigen.

Konvertierung in andere Zahlensysteme

Viele Taschenrechner, aber auch die genauso genannten Hilfsprogramme auf Personal Computern, bieten Umrechnungen zum Zahlbasiswechsel an. Insbesondere rechnet das Windows-Programm „Rechner" (calc.exe) Binär-, Hexadezimal- und Oktalzahlen in Dezimale und zurück, wenn man unter „Ansicht" den Menüpunkt „Programmierer" auswählt. In vielen Linux-Distributionen ist ein „Taschenrechner"-Hilfsprogramm vorinstalliert, das eine solche „Programmierer"-Option beinhaltet, oder man kann an der Kommandozeile die Anweisung *printf* (als eingebauten bash-Befehl oder gesondertes Hilfsprogramm) dafür benutzen.

Umwandlung von Dezimalzahlen in Hexadezimalzahlen

Eine Möglichkeit, eine Zahl des Dezimalsystems in eine Zahl des Hexadezimalsystems umzurechnen, ist die Betrachtung der Divisionsreste, die entstehen, wenn die Zahl durch die Basis 16 geteilt wird, die Methode wird daher auch Divisionsverfahren oder Restwertverfahren genannt.

Im Beispiel der $\mathbf{1278_{10}}$ sähe das so aus:

```
1278: 16 = 79 Rest: 14 (= E) (Nr:1278-(79*16)=14)
  79: 16 =  4 Rest: 15 (= F) (Nr:79-(4*16)=15)
   4: 16 =  0 Rest:  4       (Nr:4-(0*16)=4)
```

Die Hexadezimalzahl wird von unten nach oben gelesen und ergibt somit **4.F.E**.

Umwandlung von Hexadezimalzahlen in Dezimalzahlen

Um eine Hexadezimalzahl in eine Dezimalzahl umzuwandeln, muss man die einzelnen Ziffern mit der jeweiligen Potenz der Basis multiplizieren. Der Exponent der Basis entspricht der Stelle der Ziffer, wobei der Zahl vor dem Komma eine Null zugeordnet wird. Dazu muss man allerdings noch die Ziffern A, B, C, D, E, F in die entsprechenden Dezimalzahlen 10, 11, 12, 13, 14, 15 umwandeln.

Beispiel für $\mathbf{4FE_{16}}$:

$$[4FE]_{16} = 4 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = [1278]_{10}$$

Umwandlung Hexadezimal nach Oktal

Um Zahlen zwischen dem vor allem früher in der Informatik verbreiteten Oktalsystem und dem heute gebräuchlichen Hexadezimalsystem umzuwandeln, ist es zweckmäßig, den Zwischenschritt über das Binärsystem zu gehen. Dies gelingt recht einfach, da sowohl die Basis 8, als auch die Basis 16 Zweierpotenzen sind.

- Die Hexadezimalzahl wird nach obiger Tabelle in eine Folge von Binärziffern umgewandelt.
- Die Vierergruppen in Dreiergruppen umwandeln.
- Anschließend wird die Binärfolge in eine Oktalfolge übersetzt.

Beispiel für $\mathbf{8D53_{16}}$:

$$[8D53]_{16} = 1000.1101.0101.0011_2 = 1'000'110'101'010'011_2 = 106523_8$$

Umwandlung Oktal nach Hexadezimal

Genauso einfach erfolgt die Umwandlung von oktal nach hexadezimal, nur dass hier der Weg

> Oktalfolge → Binärfolge in Dreiergruppen → Binärfolge in Vierergruppen → Hexadezimalfolge

gegangen wird.

Mathematische Darstellung des Hexadezimalsystems

Formuliert im Dezimalsystem:

$$h_m h_{m-1} \cdots h_0, h_{-1} h_{-2} \cdots h_{-n} = \sum_{i=-n}^{m} h_i \cdot (16_{10})^i \qquad m, n \in \mathbb{N} \quad h_i \in \{0; 1; \cdots; 15\}$$

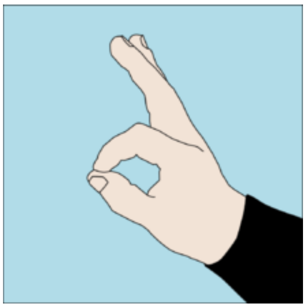
Formuliert im Hexadezimalsystem:

$$h_m h_{m-1} \cdots h_0, h_{-1} h_{-2} \cdots h_{-n} = \sum_{i=-n}^{m} h_i \cdot (10_{16})^i \qquad m, n \in \mathbb{N} \quad h_i \in \{0; 1; \cdots; 9; A; \cdots; F\}$$

Ein- und zweihändiges Zählen mit den Fingerspitzen und Gelenken

Wie auch das altbabylonische Sexagesimalsystem lässt sich auch das Hexadezimalsystem mit den Fingern abzählen. Mithilfe der folgenden Technik wird mit beiden Händen zusammen ein Byte dargestellt. Jede Hand repräsentiert dabei ein Nibble. Dessen oberes Crumb sich am benützten Finger zeigt, sein unteres Crumb dagegen am bezeigten Gelenk bzw. der Fingerspitze. Ein Bitflip ist durch Punktspiegelung der Daumenposition am Mittelpunkt der Fingerfläche herbeiführbar.

Einhändiges Zählen von Null bis F_{16}



OK Zeichen

Benutzt man, wie schon die alten Babylonier, den Daumen als Zeiger und legt ihn an die Spitze des Zeigefingers wie beim OK Zeichen der Taucher und definiere dieses Zeichen als die Null. Dann lässt sich am oberen Gelenk des Zeigefingers die Eins festlegen, gefolgt von der Zwei am mittleren und schließlich der Drei am unteren Gelenk. Genauso fortgesetzt über die Vier an der Spitze des Mittelfingers, der Acht an der Spitze des Ringfingers und der Zwölf an der des Kleinen. Damit lässt sich dann bis 15 = F_{16} zählen, wenn der Daumen das untere Gelenk des kleinen Fingers erreicht hat, da wo er angewachsen ist.

Die beiden Crumbs des Nibbles werden dabei orthogonal auf der Hand abgebildet. So, dass die unteren beiden Bits an der Höhe des Daumens am jeweiligen Finger und die beiden oberen am benützen Finger abgelesen werden können. Das heißt, sowohl ein Daumen an der Fingerspitze, als auch am Zeigefinger steht für 00_2 im jeweiligen Crumb. Das obere Gelenk sowie der Mittelfinger stehen für 01_2, das mittlere Gelenk und der Ringfinger für 10_2 und das untere Gelenk und der kleine Finger bedeuten 11_2. Es müssen sich somit nur noch vier Kombinationen gemerkt werden, um mit der Hand zwischen Hexadezimal- und Binärsystem zu konvertieren, anstelle von 16.

Ein Bitflip ist durch Punktspiegelung der Position des Daumens am Schnittpunkt der gedachten Achsen zwischen Ring- und Mittelfinger sowie der oberen und mittleren Gelenkreihe einfach zu erzielen. Ein Beispiel ist am Ende der folgenden Tabelle gegeben.

Beispiel zur Umwandlung zwischen Hex und Binär sowie von Bitflips mithilfe der Hand

Ganzes Nibble	Oberes Crumb	Finger	Unteres Crumb	Position des Daumens am Finger
0_{16} = $(00\ 00)_2$	00_2	Zeigefinger	00_2	Spitze, OK Zeichen
1_{16} = $(00\ 01)_2$	00_2	Zeigefinger	01_2	Oberes Gelenk
2_{16} = $(00\ 10)_2$	00_2	Zeigefinger	10_2	Mittleres Gelenk
3_{16} = $(00\ 11)_2$	00_2	Zeigefinger	11_2	Unteres Gelenk
4_{16} = $(01\ 00)_2$	01_2	Mittelfinger	00_2	Spitze
8_{16} = $(10\ 00)_2$	10_2	Ringfinger	00_2	Spitze
C_{16} = $(11\ 00)_2$	11_2	kleiner Finger	00_2	Spitze
Bitflip von 2_{16} durch Punktspiegelung am Schnittpunkt der o. g. gedachten Achsen				
D_{16} = $(11\ 01)_2$	11_2	kleiner Finger	01_2	Oberes Gelenk

Zweihändiges Zählen von Null bis FF_{16}

Zählt man nun auf der linken Hand mit dem oben beschriebenen Verfahren wie oft man auf der rechten Hand bis F_{16} gezählt hat, so lässt sich mit zwei Händen ein Byte darstellen. Da an jedem Finger vier Elemente gezählt werden ergibt sich, dass an den Fingerspitzen Vielfache von Vier auftreten. Dies bedeutet, dass wenn die Daumen der jeweiligen Hände an der jeweiligen Zeigefingerspitze bei Null zu zählen beginnen, so erhöht sich der Wert an den Spitzen der Finger der rechten Hand um vier wohingegen er sich beim Zählen über die Fingerspitzen der linken Hand um jeweils 40_{16} bzw. 64 erhöht. Rückt man an der linken Hand nur um ein Fingerglied vor oder zurück, so ändert sich der dargestellte Wert um 10_{16} bzw. 16.

Siehe auch

- Hexadezimale Farbdefinition – die Darstellung einer Farbe mit hexadezimaler Kodierung des Rot-, Grün- und Blauwertes
- Hex-Editor – ein Editor, um beliebige Dateien, die als Folge von Hexadezimalzahlen dargestellt werden, zu bearbeiten
- Hexadezimalzeit – ein 1863 vorgeschlagenes Uhrzeitformat, das sich nicht durchgesetzt hat
- Hexspeak – spezielle Begriffe, die sich durch Ziffern und die Buchstaben A–F darstellen lassen
- Stellenwertsystem
- Unärsystem (1)
- Dualsystem (2).
- Ternärsystem (3)
- Quaternär (4)
- Quinär (5)
- Senär (6)
- Dezimalsystem (10)

Weblinks

Wiktionary: Hexadezimalsystem – Bedeutungserklärungen, Wortherkunft, Synonyme, Übersetzungen

- Online-Umrechner (http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/Zahlensysteme.htm) für verschiedene Zahlensysteme
- Zahlensysteme im Vergleich (http://www.brefeld.homepage.t-online.de/zahlensysteme.html)
- Historischer mechanischer Taschenrechner für das Hexadezimalsystem (http://einestages.spiegel.de/external/ShowTopicAlbumBackground/a3327/l26/l0/F.html#featuredEntry) auf einestages

Einzelnachweise

1. Umrechnen mit verschiedenen Basiswerten (https://www.mahoplus.de/geocaching/online_umrechner_zahlensysteme_bea.html), abgerufen am 30. Oktober 2018